

CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS PARA O CARGO EFETIVO DE PROFESSOR DA CARREIRA
DE MAGISTÉRIO SUPERIOR – EDITAL Nº 53/2018 – PROGRAD

FOLHA DE QUESTÕES

Área: Estatística

Número de C.P.F. _____

QUESTÃO 1 – Discorra destacando as principais definições, com exemplos práticos, os modelos teóricos, as inferências sobre os parâmetros, os testes de hipóteses e suas conclusões sobre os seguintes temas:

- a) **(1,5 PONTOS)** Regressão Linear Simples: Inferência sobre os parâmetros;
- b) **(1,5 PONTOS)** Regressão Linear Múltipla: Inferência sobre os parâmetros.

QUESTÃO 2 - (1,0 PONTO) – Seja α um número real positivo e Γ uma função que associa a α o número real

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt.$$

Essa é uma função conhecida na estatística como *função gama*. Além de sua importância, esta função satisfaz algumas propriedades matemáticas, como por exemplo:

$$\Gamma(\alpha + 1) = \alpha\Gamma(\alpha), \quad \alpha > 0.$$

A partir da função gama pode-se definir uma família flexível de distribuições flexíveis em $[0, \infty[$, chamada de *família gama completa*, com dois parâmetros α e β , com densidade $f(x|\alpha, \beta)$, definida por:

$$f(x|\alpha, \beta) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)\beta^\alpha} x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}, \quad 0 < x < \infty, \quad \alpha > 0, \quad \beta > 0,$$

em que α é o *parâmetro de forma* e β é o *parâmetro de escala*.

Um dos trabalhos estatísticos consiste em encontrar a média de uma variável aleatória em função dos parâmetros que a define. Neste sentido, considerando X uma variável aleatória gama, com parâmetros α e β [Notação: $\text{gama}(\alpha, \beta)$] e função de densidade $f(x|\alpha, \beta)$ dada anteriormente, mostre que $E[X] = \alpha\beta$.

[**Sugestão:** caso seja necessário, observe a forma da densidade de uma variável aleatória $\text{gama}(\alpha + 1, \beta)$ e integre esta densidade em todo o seu domínio].

CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS PARA O CARGO EFETIVO DE PROFESSOR DA CARREIRA DE MAGISTÉRIO SUPERIOR – EDITAL Nº 53/2018 – PROGRAD

FOLHA DE QUESTÕES

Área: Estatística

Número de C.P.F. _____

QUESTÃO 03 – (1,0 PONTO) - Sejam A_1 e A_2 dois eventos mutuamente exclusivos entre si, num espaço amostral Ω , de modo que $A_1 \cup A_2 = \Omega$. Considere agora, o evento não vazio $X \subset \Omega$.

a) **(0,3 pontos)** Demonstre algebricamente que

$$P(A_i|X) = \frac{P(X|A_i) \times P(A_i)}{\sum_{i=1}^2 P(X|A_i) \times P(A_i)}$$

b) **(0,3 pontos)** Uma empresa compra 60% de um componente eletrônico da fábrica A e 40% da fábrica B. Sabe-se que a fábrica A produz 2% de seus componentes com defeito, enquanto que a fábrica B produz 5% com defeito. A empresa possui um lote destes componentes, que estão misturados e não identificados com relação as fábricas de origem. Se aleatoriamente sorteiam-se um componente neste lote e observa-se que ele é defeituoso, qual a probabilidade de que ele tenha vindo da fábrica A?

c) **(0,4 pontos)** Considerando o mesmo problema da alternativa b) desta questão, suponha que uma amostra com duas peças foi retirada e observou-se que ambas apresentam defeito. Considere a variável aleatória Y : "número de peças que vieram da fábrica A". Encontre: a função de distribuição de probabilidade de Y ; a função de distribuição acumulada de Y ; o valor esperado de Y e a variância de Y .

QUESTÃO 04 – (1,0 PONTO). Responda os questionamentos abaixo, considerando que os conteúdos trabalhados são referentes a um curso de Estatística Experimental em nível de graduação.

Foi conduzido um experimento no delineamento inteiramente casualizado, com 4 tratamentos e 3 repetições, para o qual o teste F da ANOVA para tratamentos foi significativo ao nível de 5% de probabilidade. Baseando-se nessas informações, pede-se:

- Qual é a fórmula geral dos contrastes a serem testados pelo teste de Tukey?
- Qual é o número máximo de contrastes a serem testados pelo teste Tukey?
- Aplicando o teste de Tukey o seguinte resultado foi obtido para as comparações de médias de tratamentos.

CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS PARA O CARGO EFETIVO DE PROFESSOR DA CARREIRA DE MAGISTÉRIO SUPERIOR – EDITAL Nº 53/2018 – PROGRAD

FOLHA DE QUESTÕES

	Área: Estatística	Número de C.P.F
Tratamento	Média	Significância
1	29	a
4	21	ab
3	13	bc
2	10	bc

Diferença mínima significativa (D.M.S.) = 11,733.

Observando a tabela pode-se concluir que as médias dos tratamentos 1 e 3 são estatisticamente iguais? Justifique sua resposta.

d) Se o interesse fosse testar os seguintes contrastes:

$$C_1 = m_1 - m_2$$

$$C_2 = m_1 + m_2 - 2m_3$$

$$C_3 = m_1 + m_2 - 2m_4$$

$$C_4 = m_1 + m_2 - m_3 - m_4$$

Qual(is) o(s) teste(s) que poderia(m) ser aplicado(s) a todos os contrastes? Justifique sua resposta.

[Obs.: Nesta questão considere m_i a média populacional do i -ésimo tratamento].

QUESTÃO 05 – (1,0 PONTO). Um pesquisador, desejando avaliar o efeito de 5 dietas no ganho de peso de suínos, realizou o seguinte experimento: tomou 5 suínos das raças Landrace e Large White; as dietas que o pesquisador julgou ser as melhores foram designadas a raça Landrace, e as dietas que o pesquisador julgou ser piores foram designadas a raça Large White, de tal forma que cada animal recebeu uma única dieta; ao final de sua pesquisa, o pesquisador recomendou a dieta que produziu o maior ganho de peso. Baseado nestas informações, pergunta-se

- Quantos e quais foram os tratamentos em teste nesta pesquisa? Justifique sua resposta.
- Qual foi a constituição de cada unidade experimental nesta pesquisa? Justifique sua resposta.
- Qual(is) foi(ram) o(s) princípio(s) básico(s) da experimentação utilizado nesta pesquisa? Justifique sua resposta.
- A conclusão dada pelo bioquímico ao final da pesquisa, é estatisticamente aceitável? Justifique sua resposta.

CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS PARA O CARGO EFETIVO DE PROFESSOR DA CARREIRA DE MAGISTÉRIO SUPERIOR – EDITAL Nº 53/2018 – PROGRAD

FOLHA DE QUESTÕES

Área: Estatística

Número de C.P.F. _____

QUESTÃO 06 – (1,0 PONTO) - Seja y_1, \dots, y_n uma amostra aleatória de tamanho n da distribuição de Poisson, cuja a função de probabilidade é dada por:

$$f(y; \theta) = \frac{e^{-\theta} \theta^y}{y!} \text{ com } \theta > 0 \text{ e } y = 0, 1, 2, \dots$$

- i) Encontre o estimador de θ utilizando a função verossimilhança dada por:

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(y_i);$$

- ii) Encontre a Informação Esperada de Fisher $I_F(\theta)$ dada por:

$$I_F(\theta) = -E\left(\frac{\partial^2 \log(f(y_i))}{\partial \theta^2}\right);$$

- iii) Supondo que $\sqrt{n}(\hat{\theta} - \theta) \sim N(0, I(\theta)^{-1})$, descreva uma fórmula para testar a hipótese: $H_0: \theta = \theta_0$ versus $H_0: \theta \neq \theta_0$.
- iv) Utilizando Determine o intervalo de confiança para estimar θ .

Questão 07 – (1,0 PONTO) - Seja y_1, y_2, \dots, y_n uma amostra aleatória iid de $Y \sim N(\mu, 64)$. Determine:

- i) Um estimador de máxima verossimilhança para $P(Y > 0)$;
- ii) Seja $Y = \{ 35; 33; 31; 37; 31; 28; 32; 28; 31; 22 \}$ uma amostra aleatória iid de uma distribuição $N(\mu, 64)$. Calcule a probabilidade estimada $\hat{P}(Y > 0)$. Dados:

$$\sum_{i=1}^{10} y_i = 308.$$

Questão 08 - (1,0 PONTO)

Um dos maiores problemas da Estatística é a parte de Amostragem, ou seja, como selecionar um grupo de indivíduos de uma população? É muito frequente perguntas do tipo: qual é o tamanho da amostra que se deve utilizar na pesquisa? Para responder a tais perguntas vamos considerar a técnica de amostragem que é considerada ser a mais simples: **Amostragem Aleatória Simples (AAS)**. Para aplicar essa técnica de amostragem todos os elementos que compõem a população estão descritos com a mesma probabilidade de serem selecionados. Assim, pode-se fazer um sorteio entre os indivíduos da população atribuindo a cada um dos indivíduo um bilhete com um número de série, depois, colocar os números em uma caixa e sortear um número aleatório. Obviamente, na prática, estes métodos podem ser automatizados usando computadores. Todos os indivíduos que forem sorteados irão compor a amostra. Para calcular o tamanho da amostra utiliza-se a seguinte fórmula:

CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS PARA O CARGO EFETIVO DE PROFESSOR DA CARREIRA
DE MAGISTÉRIO SUPERIOR – EDITAL Nº 53/2018 – PROGRAD

FOLHA DE QUESTÕES

Área: Estatística

Número de C.P.F. _____

$$n = \left(\frac{t_{(n_0-1, \alpha)} \times S}{e_{max}} \right)^2.$$

Em que:

- $t_{(n_0-1, \alpha)}$: é o valor obtido da tabela t-Student com o nível de confiança $1 - \alpha$ e $n_0 - 1$ graus de liberdade (n_0 é o tamanho da amostra piloto);
- S : é o desvio padrão amostral;
- $e_{max} = \lambda\% \bar{X}$ é o erro amostral máximo; em que $\lambda\%$ representa a precisão desejada em relação à média amostral \bar{X} ;
- Se $n \leq n_0$ implica que a amostra piloto já suficiente para estimar a média. Caso contrário, deve-se selecionar mais elementos da população.

Pergunta-se:

Em uma população de 1000 pessoas pretende-se selecionar uma amostra para avaliar o **Índice de Massa Corporal** (IMC) dos indivíduos. A variável utilizada para fazer a amostragem é a massa (Kg), conforme a Tabela 1. Utilizando AAS responda cada item:

i) Qual é o tamanho da amostra que se deve utilizar para avaliar o **IMC** da população?

Selecione uma amostra piloto ($n_0 = 14$) nas posições: 54°; 169°; 248°; 255°; 350°; 376°; 379°; 458°; 732°; 802°; 826°; 924°; 958°; 968°. Considere o nível de confiança de

$1 - \alpha = 95\%$ e erro absoluto máximo ($e_{max} = 0,04 \bar{X}$). Caso necessite de mais indivíduos amostrais selecione os da seguinte posições e ordem: 21°; 24°; 134°; 376°; 530°; 596°; 636°; 340°; 703°; 882°;

992°. Dados: $\sum_{i=1}^{14} x_i = 871$; $\sum_{i=1}^{14} x_i^2 = 54339$.

i) Para a amostra selecionada estime e interprete o intervalo de confiança (IC) para a massa

corporal da população: $IC = \left[\bar{X} - t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n-1\right)} \times \frac{S}{\sqrt{n}}; \bar{X} + t_{\left(\frac{\alpha}{2}, n-1\right)} \times \frac{S}{\sqrt{n}} \right];$

ii) O que acontece com a amplitude do intervalo de confiança considerando: $\lambda\% = 2\% \bar{X}$ e $\lambda\% = 10\% \bar{X}$. Comente sem a necessidade de refazer os cálculos novamente.

**CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS PARA O CARGO EFETIVO DE PROFESSOR DA CARREIRA
DE MAGISTÉRIO SUPERIOR – EDITAL Nº 53/2018 – PROGRAD**

FOLHA DE QUESTÕES

Área: Estatística

Número de C.P.F

Tabela 1: Dados, em kg, da população (Questão 08)

[001]	65	58	55	63	59	67	62	57	66	62	67	57	62	55	59	54	58	61	63	65	62	73
[023]	64	60	59	64	63	55	70	62	66	71	57	71	65	67	65	64	62	64	65	55	59	72
[045]	66	61	62	62	69	55	64	59	73	64	68	65	58	65	59	71	68	69	60	66	68	55
[067]	59	66	63	65	66	63	59	62	59	67	60	63	67	63	56	63	58	66	59	57	61	65
[089]	63	68	73	57	67	62	62	65	61	53	62	56	74	62	73	53	56	64	63	64	65	67
[111]	66	60	64	77	56	63	62	61	73	56	62	60	56	69	55	64	64	74	64	62	69	66
[133]	58	54	58	61	61	58	62	66	62	61	58	62	64	61	62	55	64	62	59	66	61	64
[155]	65	61	57	64	49	66	66	64	68	57	63	60	60	72	61	58	68	62	65	60	61	62
[177]	58	57	62	67	63	66	64	65	56	62	62	60	58	71	63	60	61	66	66	59	55	66
[199]	60	65	66	67	74	67	67	67	51	70	65	60	66	60	73	59	54	61	58	61	70	63
[221]	55	59	62	60	64	65	59	72	60	56	61	60	59	57	56	67	60	70	61	61	56	59
[243]	61	69	55	57	52	66	64	63	71	70	70	65	58	53	57	67	59	60	73	56	63	63
[265]	61	61	56	58	65	58	63	56	65	61	62	60	66	75	67	63	59	55	60	57	62	62
[287]	58	60	64	68	61	65	61	70	54	61	60	62	64	65	66	68	60	62	67	63	55	67
[309]	65	64	60	70	54	58	57	57	58	67	67	56	63	61	71	69	64	61	69	67	63	59
[331]	60	59	61	59	59	64	66	58	64	63	62	63	62	61	63	51	60	64	61	59	56	59
[353]	65	64	60	63	52	61	64	74	61	60	58	48	56	65	62	54	60	65	62	61	60	64
[375]	64	58	59	65	59	59	65	62	68	66	57	66	61	57	59	66	56	58	62	63	56	63
[397]	59	63	68	71	63	57	57	64	71	62	52	71	61	62	68	54	62	58	69	63	55	64
[419]	54	60	59	69	70	67	64	55	62	54	65	63	65	63	54	64	62	56	59	64	66	64
[441]	61	68	61	66	69	62	67	58	64	54	68	57	64	55	62	66	62	65	63	64	71	67
[463]	57	61	69	61	69	72	58	61	57	54	57	68	55	65	56	53	72	64	58	63	64	65
[485]	61	59	61	62	60	60	67	56	66	66	70	67	68	59	61	58	69	71	69	58	62	62
[507]	70	62	57	68	56	58	71	57	65	56	61	57	63	62	68	56	62	61	61	65	60	68
[529]	63	55	57	60	66	60	73	60	74	67	59	63	49	61	72	68	72	70	58	63	67	68
[551]	56	57	60	63	68	65	68	61	53	68	55	56	59	69	62	61	55	55	59	67	68	62
[573]	70	60	68	65	64	56	62	60	64	76	64	66	74	63	57	62	65	61	62	69	66	60
[595]	53	55	69	67	63	61	59	65	62	58	56	61	65	63	63	50	63	66	59	66	64	52
[617]	62	61	61	68	61	61	61	64	65	55	62	73	60	61	57	68	64	66	61	51	63	61
[639]	61	57	61	70	59	59	58	63	60	60	70	55	52	58	63	59	69	66	62	67	56	63
[661]	66	60	65	62	68	61	66	69	69	64	59	54	76	65	65	62	68	54	60	71	57	63
[683]	65	60	61	61	58	64	59	66	61	68	58	60	59	67	59	60	72	63	52	62	56	63
[705]	59	55	61	52	63	69	57	68	61	64	60	59	64	65	57	69	57	69	74	65	63	57
[727]	59	62	71	61	62	58	71	69	68	54	55	67	63	63	55	58	64	60	68	59	68	66
[749]	62	63	61	64	57	61	64	59	63	61	63	57	65	70	55	58	62	55	57	74	60	68
[771]	65	66	60	58	63	61	64	64	62	63	55	61	63	68	63	63	64	58	54	64	67	61
[793]	61	54	62	63	64	60	61	66	63	67	58	59	58	67	59	65	58	61	61	70	62	57
[815]	53	65	64	65	56	57	72	59	54	65	61	64	69	62	54	66	60	62	54	61	58	70
[837]	55	56	56	58	49	56	60	61	64	61	62	59	65	65	55	58	53	71	58	69	65	64
[859]	66	74	59	71	48	52	59	70	55	63	58	63	58	59	65	66	66	60	64	66	74	63
[881]	56	55	65	60	52	68	68	61	62	57	63	68	55	69	48	65	63	59	69	64	63	65
[903]	67	54	68	54	58	68	64	65	60	63	54	68	54	67	66	66	66	66	58	59	66	67
[925]	62	61	67	62	56	67	58	55	58	67	66	59	66	62	59	57	66	61	68	64	68	59
[947]	53	64	64	57	70	54	59	58	51	55	64	62	66	50	59	67	67	56	63	59	62	63
[969]	65	60	58	61	55	54	55	56	63	63	61	67	72	69	61	50	60	63	64	61	59	53
[991]	65	59	72	63	62	70	63	49	63	64												