

**CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS PARA O CARGO EFETIVO DE PROFESSOR DA CARREIRA
DE MAGISTÉRIO SUPERIOR – EDITAL Nº 50/2025 – PROGRAD**

FOLHA DE QUESTÕES

Área: _____

QUESTÃO 01:

(1,25 ponto) Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3}{2\sqrt{3}}, & x < \sqrt{3}, \\ 0, & x = \sqrt{3}, \\ \ln(x + 1 - \sqrt{3}), & x > \sqrt{3}. \end{cases}$$

Utilizando a definição de derivadas, verifique se a função f é derivável em $x = \sqrt{3}$.

QUESTÃO 02:

(1,25 ponto) Seja $f : [0, 2] \rightarrow \mathbb{R}$ uma função de variável real contínua por partes, dada por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3x^2 + 4x}{x^3 + 2x^2 + 4}, & 0 \leq x \leq 1, \\ \frac{\ln(\frac{1}{x})}{x^2}, & 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

Calcule a integral

$$\int_0^2 f(x) dx.$$

QUESTÃO 03:

(1,25 ponto) Seja a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{pmatrix},$$

em que a , b e c são números reais distintos.

(a) (0,625 ponto) Calcule o determinante de A .

(b) (0,625 ponto) Suponha que a , b e c são as raízes da equação

$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0.$$

Determine os valores de a , b e c (na ordem $a < b < c$) e demonstre que $\det(A) = 2$.

**CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS PARA O CARGO EFETIVO DE PROFESSOR DA CARREIRA
DE MAGISTÉRIO SUPERIOR – EDITAL Nº 50/2025 – PROGRAD**

FOLHA DE QUESTÕES

Área: _____

QUESTÃO 04:

(1,25 ponto) Considere o sistema linear dependente dos parâmetros reais α e β :

$$\begin{cases} \alpha x + y + z = 1, \\ x + \alpha y + z = 1, \\ x + y + \alpha z = \beta. \end{cases}$$

(a) (0,9375 ponto) Determine os valores de α para os quais o sistema:

- i) possui solução única;
- ii) possui infinitas soluções;
- iii) não possui solução.

(b) (0,3125 ponto) Para os valores de α encontrados no item anterior, determine as condições sobre β para que o sistema possua infinitas soluções.

QUESTÃO 05:

(1,25 ponto) Seja V o subespaço de \mathbb{R}^4 definido por

$$V = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid -3x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \text{ e } x_2 - 2x_4 = 0\}.$$

(a) Determine uma base B de V e a dimensão de V .

(b) Verifique se o conjunto

$$S = \{(1, 2, -1, 1), (2, 2, 2, 1), (1, -2, 7, -1)\}$$

é uma base de V . Justifique sua resposta.

QUESTÃO 06:

(1,25 ponto) O diâmetro (em mm) de sementes viáveis de uma espécie arbórea pode ser modelado por uma distribuição normal com média 6 e desvio-padrão 0,5. Considere as aproximações usuais da normal padrão: $\Phi(1) = 0,84$ e $\Phi(2) = 0,98$.

- (a) (0,45 ponto) Calcule a probabilidade de uma semente ter diâmetro entre 5,5 mm e 6,5 mm.
- (b) (0,45 ponto) Calcule a probabilidade de uma semente ter diâmetro inferior a 5 mm.
- (c) (0,35 ponto) Sabendo que uma semente foi selecionada ao acaso dessa população, determine a probabilidade de seu diâmetro ser maior que 6,5 mm.

**CONCURSO PÚBLICO DE PROVAS E TÍTULOS PARA O CARGO EFETIVO DE PROFESSOR DA CARREIRA
DE MAGISTÉRIO SUPERIOR – EDITAL Nº 50/2025 – PROGRAD**

FOLHA DE QUESTÕES

Área: _____

QUESTÃO 07:

(1,25 ponto) Investigou-se a relação entre a densidade de árvores por hectare e o diâmetro médio à altura do peito (DAP) em parcelas permanentes. Para duas variáveis aleatórias X e Y , representando essas grandezas, sabe-se que:

- i) ambas possuem distribuição aproximadamente normal;
- ii) $E(X) = 0$ e $E(Y) = 0$;
- iii) $Var(X) = Var(Y) = 1$;
- iv) $Var(X - Y) = 0,4$.

Determine o coeficiente de correlação linear entre X e Y e interprete o sinal obtido no contexto do problema.

QUESTÃO 08:

(1,25 ponto) Em um estudo avalia-se se um novo tratamento silvicultural aumenta o crescimento médio anual em diâmetro (em cm) de uma espécie arbórea. Estudos anteriores indicam que, sob manejo tradicional, o crescimento médio anual é de 2,5 cm. Uma amostra aleatória de 16 árvores submetidas ao novo tratamento apresentou crescimento médio anual de 2,9 cm, com desvio-padrão amostral de 0,8 cm. Admita que o crescimento anual segue distribuição normal e que a variância populacional é desconhecida. Considere, para o teste unilateral a 5%, que $t_{0,95;15} = 1,75$.

- (a) (0,60 ponto) Formule as hipóteses estatísticas adequadas.
- (b) (0,65 ponto) Utilizando o teste t de *Student* unilateral, ao nível de significância de 5%, verifique se há evidências estatísticas de aumento no crescimento médio anual.